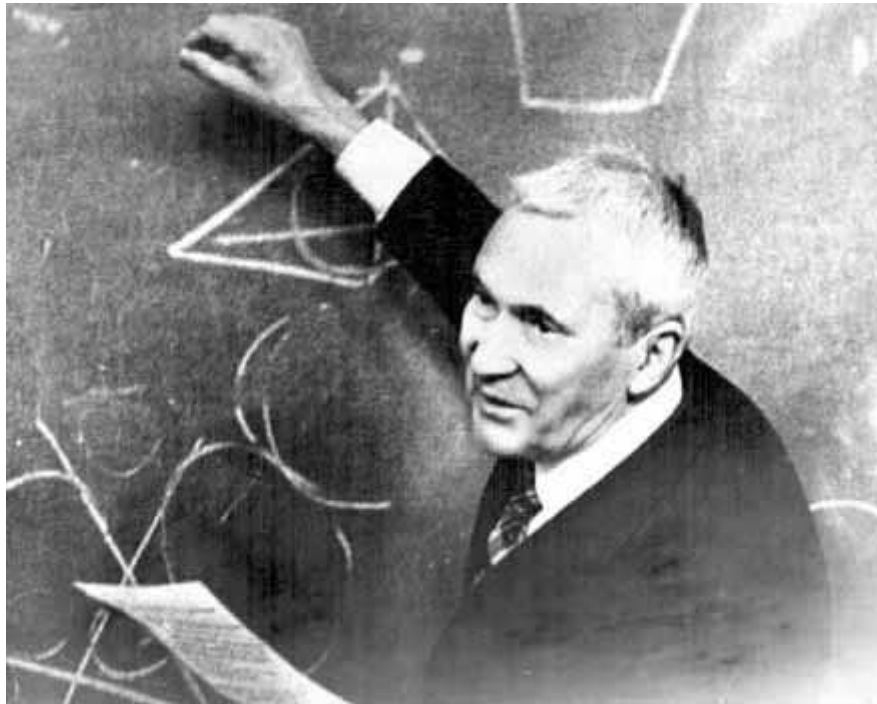


RESTAURER LES SOLIDARITES ENTRE TOUS LES PHENOMENES : INTELLIGENCE DE LA COMPLEXITE¹



MIOARA MUGUR-SCHÄCHTER

Je voudrais vous parler aujourd'hui d'un itinéraire personnel qui, dernièrement, a abouti à une très grande surprise personnelle. Je fais ce choix parce qu'il se trouve que cet itinéraire m'amène de façon naturelle à faire une relation étroite avec le thème d'aujourd'hui. Le problème générateur sera celui des 'probabilités'.

Je commence avec quelques interrogations historiques générales.

De manière plus ou moins définie et quelle qu'en aient été les expressions verbales, le concept que nous désignons actuellement par le mot 'probabilité' à dû se former dans l'esprit des gens dès l'aube de la pensée, en tant qu'une nuance apportée à l'idée de hasard : du hasard, mais pas tout à fait. Car quelque soit l'époque, on a bien dû sentir que la non prévisibilité peut être plus ou moins totale. Et à partir de quelque moment plus tardif on a bien dû remarquer aussi que ce qu'on appelle aujourd'hui 'statistique' et 'stabilité statistique', éloignent du 'hasard' et rapprochent d'une autre chose que l'on a baptisée 'probabilité', sans s'y superposer entièrement. En tout cas l'idée de 'probabilité'

¹ Texte présenté à la séance de clôture du Colloque international francophone « Complexité 2010 », Grand atelier du réseau Intelligence de la Complexité MCX-APC : <http://www.mcxapc.org>, Lille, Avril 2010 :

est restée très longtemps une sorte de potentialité non réalisée qui s'étendait autour du désigné du mot 'hasard', puis aussi autour du désigné du mot de 'statistique', bougeant sans contour dans le magma de la pensée courante le long de la dimension esquissée par ces deux désignés. Cette idée n'a commencé de s'affermir qu'à partir du 17^e siècle, avec Pascal et les Bernoulli. Puis Von Mises l'a précisée beaucoup en introduisant la notion de *loi de probabilité* liée aux fréquences relatives des événements considérés et exprimée par un ensemble de nombres réels soumis à des contraintes définies. L'on y reconnaît déjà clairement l'ascendance de ce qui, chez Kolmogorov, s'appelle une *mesure de probabilité*.

Enfin, en 1933, Kolmogorov nous a dotés d'une vraie *syntaxe* probabiliste. A l'intérieur de la théorie mathématique des mesures en général (qui inclut les différentes catégories d'"intégrales"), il a construit tout un chapitre particulier où est défini et étudié un *espace de probabilité* fondé sur un *univers d'événements élémentaires* sur lequel est 'posée' une *algèbre d'événements*, sur laquelle on 'pose' une *mesure de probabilité*: tout devient ainsi à la fois nuancé et précis.

Mais cette syntaxe mathématique est conçue en termes *ensemblistes*, qui sont minimalement spécifiés des points de vue sémantique et logique, au nom de ce but que les mathématiciens appellent une *généralité maximale*. Ainsi a pris naissance un cas paradigmatique du problème, qui est loin d'être résolu, de la relation optimale entre sémantique et syntaxe.

Avant de continuer j'attire l'attention sur la dénomination *d'espace* de probabilité : elle indique clairement que dans l'esprit de Kolmogorov il s'agissait là d'une zone qui, dans un certain sens, est *confinée*, et qu'il avait dotée *par définition* d'une structuration *interne* bien règlementée. Cela aurait dû frapper tous ceux qui, depuis, ont parlé de probabilités au sens de Kolmogorov. Mais en fait les contraintes impliquées par ce concept d' 'espace' sont restées inaperçues. La grande surprise personnelle annoncée est associée, on le verra, précisément à ce point.

La syntaxe probabiliste de Kolmogorov donnait l'impression d'un aboutissement définitif, en ce sens qu'elle semblait capable de loger – en l'organisant – tout problème probabiliste *factuel* particulier. Mais là dessus on s'est trompé et on ne s'est pas encore détrompé. Il en est ainsi parce qu'on se trouve sur l'une des frontières même entre sémantique et syntaxe, et qui n'est pas aménagée. En effet la syntaxe probabiliste de Kolmogorov a subrepticement installé une *rupture* entre, d'une part le concept *mathématique* de probabilité et d'autre part le concept *factuel* de probabilité tel qu'il préexistait et qu'il a continué d'agir dans les esprits des chercheurs dans le domaine de la physique et dans bien d'autres domaines, ainsi que dans la pensée courante. Car dans

chaque situation probabiliste *concrète* la loi factuelle de probabilité doit être spécifiée *numériquement* pour chacun des événements de l'algèbre posée sur l'ensemble des événements qui est impliqué : tel événement a une probabilité exprimée par tel nombre réel *qu'il faut connaître*, la probabilité de tel autre événement est exprimée par tel autre nombre, etc. Sinon on ne peut rien calculer, ni, a fortiori, prévoir quantitativement, donc le concept de probabilité reste dépourvu de précisément l'utilité pragmatique qui l'avait imposé historiquement. Tandis qu'une 'mesure' de probabilité au sens de Kolmogorov *ne spécifie PAS individuellement les valeurs numériques des probabilités des différents événements envisagés*. Elle se limite exclusivement à imposer des contraintes *générales sur l'ensemble des événements*, les mêmes contraintes quelle que soit la situation probabiliste considérée. Le reste est laissé en blanc, à remplir par ceux qui appliquent la syntaxe probabiliste. Or petit à petit – avec une lenteur surprenante – il est devenu clair que :

A ce jour même il n'existe aucune méthode générale qui permette de construire la distribution des probabilités factuelles numériques à affirmer dans une situation probabiliste concrète donnée.

A la lumière de l'attention aux contraintes d'effectivité éveillée par les travaux de Turing et de Gödel, la "méthode fréquentielle" préconisée par Von Mises, qui est exprimée mathématiquement par le célèbre théorème des grands nombres et sur laquelle Kolmogorov avait implicitement compté pour assurer l'applicabilité pratique de sa théorie mathématique des probabilités, a fini par révéler son caractère *non effectif*. En outre, lorsqu'on examine ce théorème de près il révèle aussi un certain caractère de *circularité*. Kolmogorov est devenu conscient de cette situation conceptuelle vers la fin de sa vie et cela l'a conduit à simplement décider que sa théorie des probabilités n'est que, exclusivement, un chapitre de la théorie purement mathématique des mesures, qui serait dépourvu d'applicabilité concrète. D'un sommet, on tombait jusqu'au niveau de la mer : on se pensait en possession enfin d'une vraie syntaxe probabiliste qui régit toutes les prévisions probabilistes factuelles, et tout à coup on se retrouvait sans aucune syntaxe probabiliste.

J'ai dénommé cette impasse *l'aporie de Kolmogorov* et je pense l'avoir résolue (arXiv:0901.2301v1[quant-ph]). Mais je ne présenterai ici cette solution. Aujourd'hui je voudrais signaler autre chose, et cela m'oblige d'interrompre le fil historique concernant le concept de probabilité et de descendre au niveau personnel. Au cours des années 79-80 je me trouvais entièrement absorbée dans les problèmes d'interprétation du formalisme de la mécanique quantique. Ce formalisme est lui aussi une syntaxe mathématique. Or depuis même qu'elle a été construite on n'a jamais cessé de se demander : « Quelle est la relation entre cette syntaxe et ce de quoi il s'agit

physiquement lorsqu'on dit qu'on l'utilise pour 'décrire' des microétats ? *Comment ce formalisme arrive-t-il à signifier ?* ». Il y a ceux qui disent : « Ces problèmes n'ont pas à être soulevés. Le formalisme quantique permet des prévisions probabilistes qui se vérifient. Cela *suffit* ». D'autres, beaucoup moins nombreux, disent : « Il faudrait tout de même comprendre comment ce formalisme arrive à prévoir ». Je me trouve dans cette dernière catégorie, passionnément, et j'espère ne pas en sortir sans avoir radicalement levé l'opposition.

Vers les années 80 j'avais lu un travail très intéressant de Mackay qui *démontre* que, sur un plan purement syntaxique, *les probabilités quantiques ne sont PAS des probabilités au sens de Kolmogorov*. Par ailleurs un mathématicien professeur de probabilités, Jean Bass, m'avait dit un jour : « La mécanique quantique est une théorie des probabilités, cela n'est pas contestable. Mais ce n'est pas une théorie de probabilités au sens de Kolmogorov ». Cela m'avait paru à la fois nébuleux et très frappant et mon attention était restée accrochée à ce lambeau d'idée qui flottait dans ses substrats. De manière plutôt spontanée que délibérée, je persévérais dans une sorte d'action de scaphandre. J'essayais de pénétrer en dessous du plancher lisse du formalisme mathématique de la mécanique quantique et d'essayer de discerner *quoi* l'on y *supposait* en tant qu'*opérations physiques* et *éléments de conceptualisation*. Je cherchais en fait à expliciter **CE** que l'on *faisait* et l'on *posait* et l'on *échafoyait*, que le formalisme et ses probabilités spécifiques réexpriment mathématiquement.

Ainsi j'ai fini par percevoir : Que la **SITUATION COGNITIVE** d'un observateur-concepteur qui veut construire des connaissances concernant ce qu'on appelle un 'microétat', impose des contraintes *différentes* de celles qui agissent lorsqu'on construit des connaissances concernant des entités physiques macroscopiques ; des contraintes beaucoup plus sévères, radicales, ayant un caractère de limite. Qu'il est incontournable en général de *commencer* par *créer* soi-même le 'microétat' à étudier (c'est à dire à qualifier) et que ce pas initial exigeait une *décision méthodologique* d'ordre conceptuel qui est à la fois violemment contre-intuitive et incontournable, elle aussi. Or ce pas tellement crucial n'est même pas représenté formellement à l'intérieur du formalisme quantique, on s'y limite à le mentionner verbalement, de temps en temps. Cela seul suffit pour rendre compte d'une bonne partie du mystère qui enveloppe la manière de signifier du formalisme quantique. Mais il a bien d'autres traits qui coopèrent à ce mystère et qu'on perçoit clairement lorsqu'on se place en dessous du formalisme et l'on y inspecte chaque coin de l'échafaudage opérationnel-conceptuel que le formalisme exprime ensuite synthétiquement en termes mathématisés. En effet la grille de qualification utilisée ne préexiste pas, elle non plus, il faut la forger aussi bien opérationnellement que

conceptuellement et cela implique un processus vraiment très complexe (il n'est pas étonnant que la théorie des mesures quantique pose des problèmes qui résistent à ce jour). Cependant que la pensée classique – avec ses grammaires, sa logique et ses probabilités – poussent à la croyance que les qualificatifs, les 'prédicats', préexisteraient tout faits dans l'air du temps.

Bref, il apparaît que les descriptions de microétats se construisent en fabriquant (en général) ces microétats et en les qualifiant à l'aide de qualifications fabriquées elles aussi, délibérément et selon des contraintes très complexes. Tout est construction active et délibérée. En un certain sens cela était bien connu et même écrit souvent. Mais pas connu d'une manière vivante dans les esprits, ni implantée profondément. Et jamais on n'avait détaillé et précisé systématiquement les procédés employés, avec leurs implications et leurs conséquences de divers ordres, factuels et conceptuels. Tout est resté superficiel, vague, fluctuant, et l'on y mélange à ce jour les niveaux de conceptualisation. On se forge des *modèles*, des images, que l'on relie intuitivement à un 'microétat' qui en fait n'est qu'un *nom* de quelque chose dont on ne *sait strictement rien*, dans le stade de conceptualisation où l'on se trouve. Dans ce stade là, justement, on cherche à commencer d'en savoir quelque chose, en partant d'un néant de connaissance en ce qui concerne spécifiquement le microétat étudié. Par exemple, on dit : « Dans ce 'microétat' il y a forcément une 'singularité localisée', puisqu'on observe des impacts sur des écrans sensibles, et cette singularité, puisqu'elle est localisée, *doit* avoir une position, donc une vitesse quand cette position change, donc aussi une masse puisqu'elle comporte de la matière, donc une quantité de mouvement. Cela *doit* permettre de fabriquer un concept d'énergie cinétique ». Et ainsi de suite. Quand en fait ce qu'on est en train de faire et les connaissances sur la base desquelles on le fait, *n'autorisent pas ENCORE de telles démarches*. Or lorsqu'on mélange des niveaux de conceptualisation qui ne peuvent émerger qu'en successivité, chacun avec des conséquences spécifiques conditionnées par les niveaux déjà accomplis précédemment, on s'empêtre dans un écheveau inextricable et l'on s'y débat dans des paradoxes et des problèmes illusoire qui finissent par tuer toute liberté de mouvement de la pensée, tout aussi sûrement que la toile d'une araignée géante finit par tuer une petite mouche qui s'est prise dedans.

J'ai donc entrepris d'introduire dans les substrats du formalisme quantique, *l'ordre* des niveaux de conceptualisation tel qu'il est effectivement concevable de l'accomplir. Et cette entreprise m'a conduite à plusieurs résultats corrélés. En premier lieu, s'est élaboré ce que j'appelle désormais *l'infra mécanique quantique*, i.e. la structure du substrat opérationnel-conceptuel du formalisme quantique. Parallèlement – et corrélativement – s'est constituée une méthode de conceptualisation générale, *la méthode de*

conceptualisation relativisée, MCR, (à laquelle j'assigne une importance beaucoup plus grande qu'à mes recherches de physique). En troisième lieu, l'élucidation des problèmes d'interprétation de la mécanique quantique me paraît être montée enfin jusqu'à fleur de peau.

Ceci finit le détour qui s'imposait. Je peux maintenant revenir à la question des probabilités et clore ma communication. Car à l'intérieur du cheminement que je viens d'indiquer et à la lumière nouvelle de la méthode de conceptualisation relativisée, s'est affermi la constatation suivante.

Les 'situations probabilistes factuelles' qui se trouvent en conflit avec la syntaxe de Kolmogorov, en fait n'existent jamais naturellement.

Seuls existent naturellement des mélanges de hasard total et de certains degrés de stabilités statistiques, toujours *relatifs* l'un comme l'autre à tel ou tel type d'entité à qualifier, et à telle ou telle grille de qualification. Et à partir d'un tel mélange de hasard et de régularité statistique il est quelquefois possible et utile de **CONSTRUIRE** *délibérément* – par des **confinements** d'espace-temps – une situation 'probabiliste' au sens de Kolmogorov ² qui permette des prévisions probabilistes. En effet, une fois qu'il est clairement compris que les situations probabilistes factuelles sont à construire en accord avec la syntaxe de Kolmogorov et avec les relativisations descriptionnelles exigées par MCR, il devient possible d'établir un algorithme qui permet de spécifier de façon *effective* et *non circulaire* la loi factuelle de probabilité à affirmer pour toute situation probabiliste factuelle donnée. Et j'ai montré explicitement que cet algorithme est compatible avec le théorème des grands nombres, aussi bien logiquement que mathématiquement.

Ceci dissout l'aporie de Kolmogorov.

Voilà donc, en toutes lettres, la surprise que j'ai annoncée au départ :

Toute 'situation probabiliste' concrète donnée est un ARTEFACT prévisionnel qu'on est obligé de *construire* à partir d'une situation naturelle, et cela n'est possible que si l'on se soumet aux contraintes comportées par les *conditions cognitives* que la situation naturelle impliquée impose à un homme, et par *le but* de prévoir.

Tant d'années je me suis efforcée de 'constater', de 'découvrir', comment les probabilités quantiques *"sont"*, quand il aurait fallu rechercher comment on les *fabrique*. Et pendant bientôt 20 ans j'ai peiné à comprendre quelle signification possède l'affirmation qu'il *"existe"* une loi factuelle de probabilité pour tel ou tel ensemble d'événements, et comment l'identifier, quand une telle loi ne préexiste jamais, qu'il faut

² Ou bien une *généralisation* valide pour des descriptions appartenant au même type général que les descriptions quantiques de microétats.

en créer les conditions de possibilité et ensuite chercher quelle loi s'est constituée ainsi *LOCALEMENT*, dans le domaine d'espace-temps où ces conditions créées sont réalisées.

Je perçois ce fait comme une très grande surprise vraiment, et c'est pourquoi je voulais vous le signaler. Car dès qu'on en est averti, il ouvre tout un flot de conséquences. Notamment en ce qui concerne la compréhension des complexités et les manières de les mesurer. Car les relativités 'descriptionnelles' aux conditions probabilistes construites – qui interviennent inexorablement – *séparent* l'une de l'autre tout un tas de complexités relativisées mutuellement distinguables, cependant que la solution de l'aporie de Kolmogorov permet d'associer à chacune de ces complexités relativisées, une mesure de complexité au sens de Shannon qui lui est spécifique et qui en *préserve* la singularité sémantique. Tandis que "la complexité algorithmique" au sens de Kolmogorov et Chaitin est globalisante et elle *efface* les contenus sémantiques.

Mais, quelle que soit l'importance propre de cette conséquence particulière pour le concept de complexité, le temps m'interdit d'en dire plus ici. Maintenant, pour conclure, je ne soulignerai qu'une conséquence tout à fait générale dont l'importance me semble dominer toute autre considération. L'homme *fabrique afin d'utiliser, dans le domaine conceptuel tout autant que dans le domaine matériel*. D'ailleurs presque toujours la démarche à suivre pour se doter d'un outil participe des deux domaines à la fois. Si l'on voulait se limiter à ce qui est disponible naturellement, on se trouverait encore en état de singes. Qu'il s'agisse d'objets matériels d'usage, ou de crise sociale-économique, ou de crise conceptuelle, quand on *VEUT de la cohérence sous contrainte conjointe de faits naturels et de buts* il faut commencer par spécifier clairement les buts et ensuite il faut s'employer à les réaliser par une *méthode* adéquate, en tenant compte des conditions naturelles. *Il est vain de seulement chercher à savoir comment les choses sont*. Il faut se mettre à faire. Il faut engendrer. Il ne sert à rien de simplement constater comment est ce qui est.

Et lorsqu'on veut engendrer dans les domaines publics, qu'il s'agisse de savoirs ou d'outils d'usage d'une autre sorte (car les savoirs sont des outils, des outils de compréhension et de prévision) alors il faut s'y prendre de manière *communicable et consensuelle*. Plus ou moins consensuelle, mais aussi consensuelle que possible. Et pour cela il est essentiel de disposer d'une méthode qui, elle-même, soit structurée en termes communicables et consensuels, de façon rigoureuse et détaillée. Une telle méthode peut faire des miracles, mais seulement si elle est approfondie et pratiquée avec un degré suffisant d'unanimité, comme c'est le cas dans les sciences dures.

Nous sommes des navigateurs sur un océan de naturel dont sans arrêt on tire des artefacts matériels-conceptuels. Pour ne pas s'entourer ce faisant d'un Babel de structurations matérielles, sociales, conceptuelles, qui s'entrechoquent, ni laisser l'avance vers des buts se gaspiller dans des zigzags inutiles, il faut tâcher de construire des accords et il faut procéder constamment d'une manière *méthodologisée*.

La passivité face au donné et au hasard s'impose de moins en moins. Le délibéré et le consensuel deviennent de plus en plus réalisables. Il est temps de percevoir clairement quels rôles pourraient jouer désormais le vouloir, le faire, le codifié, s'ils étaient dosés avec sagesse et art pour en former une unité, une unité aussi riche en variations qu'on voudra, mais une unité : c'est ce dosage lui même qui désormais devient l'artefact primordial à concevoir.

ICONOGRAPHIE : PHOTOGRAPHIE D'UNE LECTURE DE KOLMOGOROV A SES ELEVES A L'UNIVERSITE DE MOSCOU DATANT PROBABLEMENT PRISE ENTRE 1976 & 1977 : SOURCE WIKIMEDIA COMMONS : DANS LE DOMAINE PUBLIC EN RUSSIE SELON LA LOI SUIVANTE LAW NO. 5351-1 OF RUSSIA OF JULY 9, 1993 (WITH REVISIONS) ON COPYRIGHTS AND NEIGHBOURING RIGHTS. SITE D'ORIGINE: [HTTP://KOLMOGOROV.COM/KOLMOGOROV-S.JPG](http://kolmogorov.com/kolmogorov-s.jpg)